**DM de mathématiques n°5 (Correction)**

**Algèbre :**

**Exercice 1 :** Vitesse de rotation

1) Le tambour effectuant $750\ tours/min$ pendant $4\ min\ 40\ sec$( *soit* $4\ minutes\ et\ \frac{2}{3}\ minute$, *c'est-à-dire* $\frac{14}{3}\ minutes$), on obtient le nombre de tours effectué par celui-ci par le calcul : $750 \times \frac{14}{3} = 3\ 500$ tours

2) L'aiguille des secondes effectue 1 tour/minute et donc 60 tours/heure ; celle des minutes effectue 1 tour/heure et celle des heures effectue $\frac{1}{12}$ tours/heure

3) Une roue de voiture mesure $60\ cm$ de diamètre. La voiture effectue un trajet de $10\ km$ à la vitesse moyenne de $70\ km/h$.

a. On détermine la longueur d'un tour de roue *(soit le périmètre d'un cercle de rayon* $60\ cm$*)* :
$P = \pi \times D = \pi \times 60 = 60\pi\ cm$
Ensuite, pour déterminer le nombre de tour de roue nécessaire, il suffit de diviser la distance parcourue ($10\ km\ =\ 1\ 000\ 000\ cm$) par la distance correspondant à un tour ($60\pi\ cm$) ; on trouve environ 5 305 tours.

b. Il faut tout d'abord connaître le temps de parcours nécessaire, on utilise pour cela la formule liant la vitesse moyenne, la distance et le temps : $t = \frac{d}{V} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$ heure *(Soit environ* $8{,}57$ *minutes)*
On en déduit donc que la vitesse moyenne de rotation de la roue est d'environ 619 tours/minute

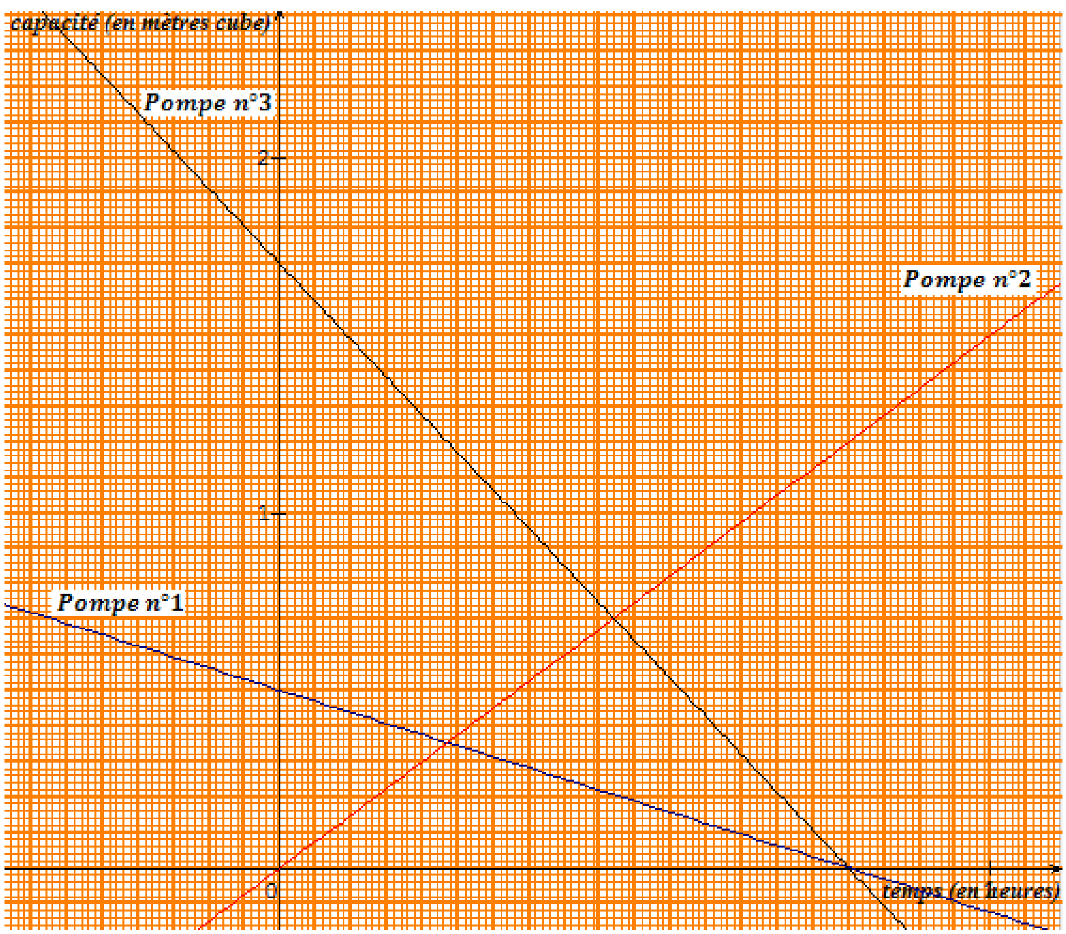
**Exercice 2 :** Débit de pompes à eau

On dispose d'une cuve pleine de $500\ litres$ d'eau et d'une cuve vide.
Pour vider la première, on a utilisé une pompe dont le débit est de $0{,}625\ m^3/h$.
A l'aide d'une autre pompe, on remplit la seconde cuve avec $1\ 200\ litres$ d'eau en 48 minutes.

1) Comme $500\ litres$ correspondent à $0{,}5\ m^3$, pour déterminer le temps nécessaire pour vider la première cuve il faut effectuer le calcul : $0{,}5 \div 0{,}625 = 0{,}8\ heures$ ; soit $48\ minutes$

2) On a déjà remarqué à la question précédente que $48\ minutes$ correspondaient à $0{,}8\ heures$ ; on a donc un débit donné par le calcul : $1\ 200 \div 0{,}8 = 1\ 500\ L/h, soit\ 1{,}5\ m^3/h$

3) et 4)

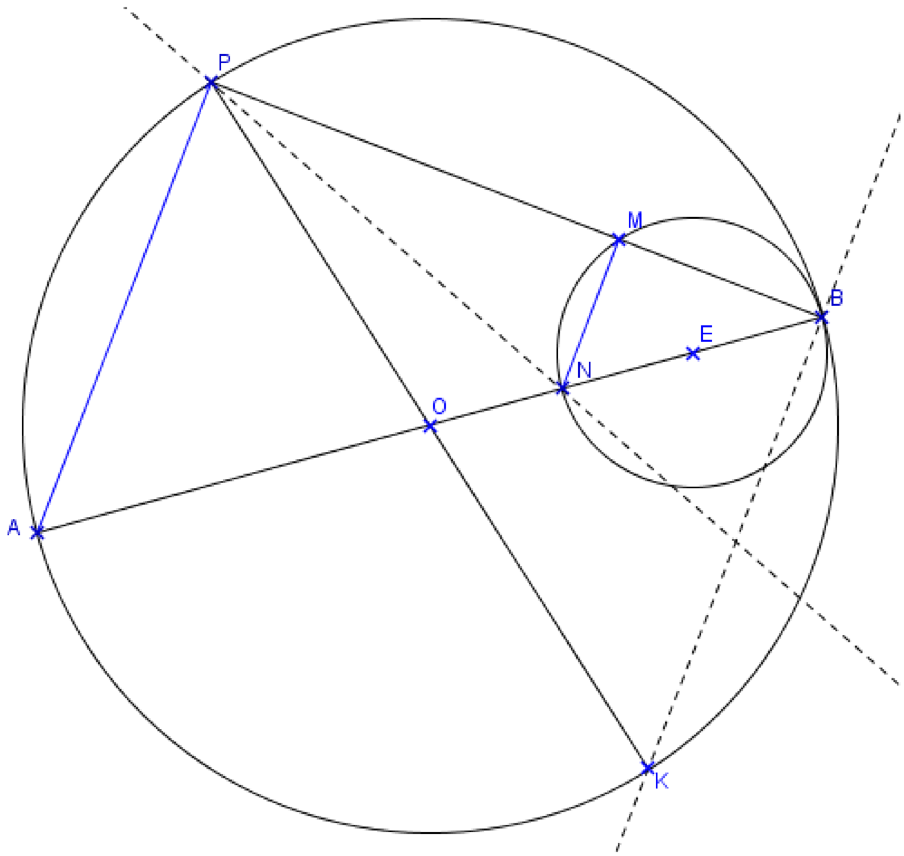


**Géométrie:**

**Exercice 3 :**

*Données* : $OA = 7{,}5\ cm.\ OE = 5\ cm$ et $BM = 4\ cm$

1) a. Voici la figure correspondant à cet exercice :




b. Comme le point $M$ appartient au cercle de diamètre $[BN]$, alors le triangle $NMB$ est rectangle en $M$ *(Car si l'on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors on obtient un triangle rectangle)*.

De même, comme $P$ appartient au cercle de diamètre $[AB]$, alors le triangle $APB$ est rectangle en $P$.

2) Recherche de $EB$ et $BN$:

Comme le point $E$ appartient au segment $[OB]$, on a : $EB = OB - OE = 7{,}5 - 5 = 2{,}5\ cm$

On détermine donc que $BN = 5\ cm$

Recherche de $MN$ :

Dans le triangle $NMB$ rectangle en $M$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BN^2 = MN^2 + BM^2$ , soit $MN^2 = BN^2 - BM^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$ et donc $MN = 3\ cm$

3) Démontrer que les droites $(AP)$ et $(NM)$ sont parallèles :

Comme $(NM)$ est perpendiculaire à $(PB)$ et que $(AP)$ est aussi perpendiculaire à $(PB)$ alors les droites $(AP)$ et $(NM)$ sont parallèles *(Car si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles)*

Déterminez la distance BP :

Comme

- $(AP)\ //\ (MN)$
- Les points $B, N$ et $A$ sont alignés
- Les points $B, M$ et $P$ sont alignés

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BP} = \frac{MN}{AP}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{5}{15} = \frac{4}{BP} = \frac{3}{AP}$$

Et donc $BP = \frac{15 \times 4}{5} = 12\ cm$

4) Comme les points B, E, O et les points B, M, P sont alignés dans le même ordre

On calcule séparément :

- $\frac{BE}{BO} = \frac{2{,}5}{7{,}5} = \frac{1}{3}$
- $\frac{BM}{BP} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

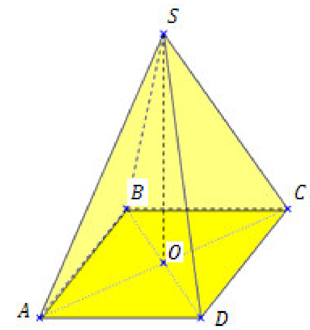
Comme $\frac{BE}{BO} = \frac{BM}{BP}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(PO)$ et $(ME)$ sont parallèles.

5) $\frac{BN}{BO} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{2}{3}$

6) Le point $N$ se situe au $\frac{2}{3}$ de la médiane du triangle $PKB$ issue du sommet $B$, il s'agit donc du centre de gravité du triangle $PKB$

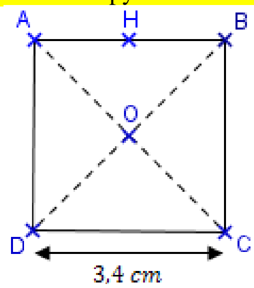
De plus $(PN)$ est la médiane relative au côté $[BK]$ alors elle coupe le segment $[BK]$ en son milieu $I$.

**Exercice 4 :** La pyramide du Louvre




La pyramide du Louvre à Paris a été inaugurée en 1988.
C'est une pyramide régulière à base carrée dont les faces latérales sont en verre
Dimensions : $AB = 34\ m$ $SO = 22\ m$ $H$ est le milieu de $[AB]$

1) a. Voici la base carrée ABCD de la pyramide du Louvre à l'échelle 1/1 000




b. Par le théorème des milieux dans le triangle $ABD$ *(par exemple)*, on trouve que $OH = 17\ m$

2) Dans le triangle $SOH$ rectangle en $O$, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$SH^2 = SO^2 + OH^2 = 22^2 + 17^2 = 484 + 289 = 773$
Et donc $SH = \sqrt{773} \approx 27{,}8\ m$ *(Dans la suite, on prendra $SH = 28\ m$)*

3) Comme le triangle ASB est isocèle en S et que H est le milieu de sa base [AB] alors (SH) est la médiane relative à la base et donc puisque le triangle est isocèle, il s'agit aussi de la médiatrice relative à sa base.
BILAN : $(SH)$ est perpendiculaire à la droite $(AB)$.

4) L'aire du triangle SAB est donnée par le calcul : $A_{SAB} = \frac{B \times h}{2} = \frac{SH \times BC}{2} = \frac{28 \times 34}{2} = 476\ m^2$

On en déduit l'aire latérale de la pyramide : $A_{latérale} = 4 \times A_{SAB} = 1\,904\ m^2$

5) La base de la pyramide du Louvre étant carrée, son aire est donnée par :

$$A_{base} = côté \times côté = 34 \times 34 = 1\,156\ m^2$$

On en déduit alors son volume :

$$V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times hauteur = \frac{1}{3} \times 1\,156 \times 22 \approx 8\,477\ m^3$$